da cui, quadrando e sommando, si deduce

(/ *vn[— l(* $w_x)^2$ = (s'^2 — w'^a_x) $\cos^2 8$ + (i — w^2) x^2 -f- 2 x *ⁿi ⁿ*|
cos ^ • Ma

(I, m(— l($w_t)^a$ = ($I^2 + m^2$) ($/;^2$ + <) — ($/_x$ /; + *m, mj* = e'^2 (i — n^a) - $<^2$,

dunque sostituendo

(e» _ $_n$;*) $\text{sen}^2 6 = x^2$ + ($e'^2 - x^2$) n^2 + 2 x $«_x$ *n(*
cos 8 , da cui

(23) *n(* $\text{sen}^2 6$ -f x $«_t$ cos 9 =]/$\text{sen}^2 6 - n^2 1/s'^2 \text{sen}^2 6 - x^2$.

Quest'equazione differenziale serve a determinare w_x; conosciuta questa quantità, le Z,, Wj, $£_T$, $y)_x$ sono date da semplici quadrature. Infatti, se si pone

(24) /, = sen 9 cos o , m_l = sen 9 sen *fy* , n_t = cos 9 ,

si ha

$s'^2 = 9'^2$ -[- $^'^2$ $\text{sen}^2 9$,

e quindi

/**•< /-7^ ^ ' 2
- *d u,*
sen 9

equazione che fa conoscere ^ e quindi $/_r$, m_r . I precedenti valori di $£_r$', *t*|| assumono poi la forma

, „ *r,* *m[* cos 6 — x m_r , /' cos 6 — x /

e forniscono coll'integrazione le coordinate della direttrice trasformata.

Siccome tutte le operazioni necessarie per la risoluzione del presente problema non implicano veruna impossibilità, così possiamo in generale enunciare il teorema :

Ogni superficie rigata può sempre essere trasformata in modo che una sua linea qtial-sivoglia diventi piana.

Consideriamo alcuni casi particolari.

i° La direttrice sia una trajettoria ortogonale delle generataci.

Avendosi 6 = — , la (23) diventa

da cui, confrontando colle (24), (25), si trae

/*

sen